Fiche 1 : Langage littéral

• Une **expression littérale** est une expression contenant une ou plusieurs lettres désignant des nombres.
• On peut ne pas écrire le signe × lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

Exemples :
• Le périmètre d'un rectangle de dimensions L et ℓ est donné par la formule : $2L + 2\ell$.
• La somme d'un nombre a et un nombre b se note $a + b$, leur produit se note ab.
• L'aire d'un carré de côté c se note c^2 (c au carré) et le volume d'un cube d'arête c se note c^3 (c au cube).

• **Produire une expression littérale**
Si l'on note x le nombre choisi au départ, alors le nombre obtenu en appliquant le programme de calcul ci-contre est $(x + 5) \times 3$, ce que l'on note $3(x + 5)$.

• Choisir un nombre.
• Ajouter 5.
• Multiplier par 3.

• **Utiliser une expression littérale**
Pour calculer le nombre obtenu en appliquant le programme de calcul ci-dessus, on utilise l'expression littérale obtenue en remplaçant x par le nombre choisi.
Par exemple, si $x = -2$,
$$3(x + 5) = 3(-2 + 5) = 3 \times 3 = 9.$$

Exercice 1 :
Dans chaque cas, exprimer en fonction de x :
a) le périmètre d'un rectangle de dimensions x et 3 ;
b) L'aire d'un carré de côté $5x$;
c) L'aire d'un triangle ABC tel que BC a pour longueur 4 et la hauteur issue de A a pour longueur x.

Exercice 2 :
x et y désignent des nombres.
Dans chaque cas, écrire en langage littéral :
a) La somme de x et du double de y ;
b) Le carré de la différence de x et de y;
c) Le produit de x par la somme de y et de 1.

Exercice 3 :
Pour chaque programme de calcul, écrire une expression littérale correspondant au résultat obtenu si l'on note x le nombre choisi au départ.

a.
• Choisir un nombre.
• Multiplier par 5.
• Ajouter 3.

b.
• Choisir un nombre.
• Soustraire 4.
• Élever au carré.

Exercice 4 :
On considère les expressions suivantes :
$$E = 3 + 2x \text{ et } F = 3(2 + x)$$

Calculer les valeurs de E et F lorsque :
$$a)\ x = 4 \quad b)\ x = 1{,}5 \quad c)\ x = -2$$

Fiche 2 : Distributivité

• **Développer**, c'est transformer un produit en somme algébrique.
k, a et b désignent des nombres relatifs.
$$k(a + b) = ka + kb$$
• a, b, c, d désignent des nombres relatifs.
$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$
Exemple : $(x + 2)(x + 1) = x \times x + x \times 1 + 2 \times x + 2 \times 1$
donc $(x + 2)(x + 1) = x^2 + 3x + 2$

• **Factoriser**, c'est transformer une somme algébrique en produit.
k, a et b désignent des nombres relatifs.
$$ka + kb = k(a + b)$$
• **Réduire** une somme (ou une différence) c'est l'écrire avec le moins de termes possible.
Exemple : $-2a + 5a = (-2 + 5)a = 3a$

Exercice 5 :
Développer et écrire le plus simplement possible.
a) $7(x + 3)$
b) $6(3 - x)$
c) $5(2x + 1)$
d) $4(x - 4)$

Exercice 6 :
Développer, puis réduire.
a) $(x + 6)(5 + x)$
b) $(4x - 5)(x + 3)$
c) $(4 + x)(x - 5)$
d) $(2x - 7)(2x - 1)$

Exercice 7 :
Factoriser les expressions :
$a) 7x - 14 \quad et \quad b)\ 2x^2 + 4x$

Exercice 8 :
Réduire les expressions suivantes :
a) $5x + 3x$
b) $9x - 4x$
c) $6x - x$
d) $2x + 3x - 2y + 4y$
e) $4x - 5y - 3x + 7y$

Fiche 3 : Équations

- Une **équation** est une égalité dans laquelle figurent un ou plusieurs nombres inconnus, désignés par des lettres.

Exemple : L'égalité $2x+3=4x-5$ est une équation du 1er degré d'inconnue x.

- Une valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie est **une solution** de l'équation.

Exemple : Le nombre 4 est une solution de l'équation $2x+3=4x-5$.
En effet, pour $x=4$, $2x+3=2\times4+3=11$ et $4x-5=4\times4-5=11$.

- **Résoudre** une équation, c'est trouver toutes ses solutions.

- À partir d'une égalité, on peut :
– **additionner** (ou **soustraire**) un **même nombre** à chacun de ses membres ;
– **multiplier** (ou **diviser**) par un **même nombre** non nul chacun de ses membres.

Exemple : Résolution de l'équation :

$$\begin{array}{rcl}
 & 4x+1=2x-3 & \\
-2x & 4x-2x+1=-3 & -2x \\
 & 2x+1=-3 & \\
-1 & 2x=-3-1 & -1 \\
 & 2x=-4 & \\
:2 & x=-4:2=-2 & :2
\end{array}$$

L'équation $4x+1=2x-3$ a donc pour solution -2.

Exercice 9 :
Dans chaque cas, dire si le nombre donné est une solution de l'équation $3x-5=5x-9$
a) -2
b) 2

Exercice 10 :
Dans chaque cas, dire si $\frac{1}{2}$ est une solution ou non de l'équation :
a) $2x=x+\frac{1}{2}$
b) $4t^2=4$

Exercice 11 :
Résoudre les équations suivantes :
a) $3x-5=7$
b) $\frac{1}{3}x+3=-9$

Exercice 12 :
Résoudre chaque équation :
a) $2x+4=5x-2$
b) $12-x=18-3x$
c) $5-7x=0$

Fiche 4 : Nombres rationnels : addition et soustraction

- Pour **additionner** (ou **soustraire**) des nombres rationnels en écriture fractionnaire de **même dénominateur** :
– on additionne (ou soustrait) les **numérateurs** ;
– on conserve le **dénominateur commun**.

a, b et c désignent des nombres, $c\neq0$.

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Exemples :
- $\frac{8}{5}+\frac{9}{5}=\frac{8+9}{5}=\frac{17}{5}$
- $\frac{8}{5}-\frac{9}{5}=\frac{8-9}{5}=-\frac{1}{5}$

- Pour **additionner** (ou **soustraire**) des nombres rationnels en écriture fractionnaire de **dénominateurs différents** :
– on commence par les écrire avec le même dénominateur : on dit qu'on les **réduit au même dénominateur** ;
– on applique la règle de calcul ci-contre.

Exemples :
- $\frac{3}{4}+\frac{5}{2}=\frac{3}{4}+\frac{5\times2}{2\times2}=\frac{3}{4}+\frac{10}{4}=\frac{13}{4}$
- $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{2\times3}{5\times3}-\frac{1\times5}{3\times5}=\frac{6}{15}-\frac{5}{15}=\frac{1}{15}$

Exercice 13 :
Calculer sous forme fractionnaire et simplifier la fraction obtenue lorsque cela est possible.
$a)\ -\frac{1}{4}+\frac{11}{4}$ $b)\ \frac{2}{3}+\frac{5}{6}$
$c)\ \frac{3}{4}-\frac{5}{6}$ $d)\ \frac{4}{7}-\frac{3}{4}$

Exercice 14 :
Calculer sous forme fractionnaire et simplifier la fraction obtenue lorsque cela est possible.
$a)\ \frac{5}{6}+\frac{5}{12}$ $b)\ -\frac{8}{5}-\frac{1}{15}$
$c)\ \frac{1}{6}-\frac{1}{5}$ $d)\ -\frac{5}{7}+\frac{3}{2}$

Exercice 15 :
Écrire chaque nombre entier sous la forme d'une fraction, puis calculer.
$a)\ 1+\frac{3}{2}$ $b)\ \frac{1}{4}-2$
$c)\ 3-\frac{16}{5}$ $d)\ \frac{16}{3}-4$

Exercice 16 :
Calculer sous forme fractionnaire et simplifier la réponse si possible
$a)\ -\frac{3}{2}+\frac{5}{3}-\frac{7}{2}-\frac{16}{3}$ $b)\ 2-\frac{5}{6}+\frac{5}{3}-\frac{2}{9}$

Fiche 5 : Nombres rationnels - multiplication et division

• Pour **multiplier** des nombres rationnels en écriture fractionnaire :
– on multiplie les **numérateurs** entre eux ;
– on multiplie les **dénominateurs** entre eux.
a, c, b et d désignent des nombres, $b \neq 0$ et $d \neq 0$.
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.
En particulier $a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$

Exemples : • $\frac{7}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{7 \times 3}{5 \times 4} = \frac{21}{20}$
• $-2 \times \frac{-7}{5} = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5}$

• L'**inverse** d'un nombre relatif $x \neq 0$ est $\frac{1}{x}$.
L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0, b \neq 0)$.
• Diviser par un nombre rationnel différent de 0 revient à **multiplier par son inverse**.

Exemples : • $\frac{7}{5} : \frac{3}{4} = \frac{7}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{7 \times 4}{5 \times 3} = \frac{28}{15}$
• $\frac{-4}{9} : \frac{4}{3} = \frac{-4}{9} \times \frac{3}{4} = -\frac{4 \times 3}{3 \times 3 \times 4} = -\frac{1}{3}$

Exercice 17 :
Calculer sous forme fractionnaire en simplifiant lorsque cela est possible.
$a)\ -\frac{3}{4} \times \frac{11}{2}$ $\quad b)\ -\frac{3}{5} \times \frac{-7}{3}$
$c)\ \frac{3}{2} \times \frac{3}{7}$ $\quad d)\ -\frac{25}{9} \times (-\frac{1}{5})$

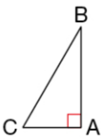
Exercice 18 :
Calculer sous forme fractionnaire en pensant aux simplifications possibles.
$a)\ \frac{7}{5} \times \frac{5}{28}$ $\quad b)\ \frac{-12}{7} \times \frac{7}{3}$
$c)\ -4 \times \frac{7}{16}$ $\quad d)\ -\frac{9}{8} \times (-2)$

Exercice 19 :
Recopier et compléter
$a)\ \frac{6}{5} : \frac{5}{3} = \frac{6}{5} \times \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$ $\quad b)\ \frac{-4}{7} : \frac{11}{9} = \frac{-4}{7} \times \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

Exercice 20 :
$a)\ -\frac{3}{8} : \frac{5}{2}$ $\quad b)\ \frac{11}{15} : (-22)$ $\quad c)\ 7 : \left(-\frac{21}{4}\right)$

Fiche 6: Le théorème de Pythagore et sa réciproque

• **Le théorème de Pythagore**
Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Exemple :
ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 7,7 cm et AC = 3,6 cm. D'après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
D'où $BC^2 = 7{,}7^2 + 3{,}6^2$.
$BC^2 = 72{,}25$, donc $BC = \sqrt{72{,}25}$. Avec la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice, on trouve BC = 8,5 cm.

• **La réciproque**
Si, dans un triangle DEF, on a $DE^2 = FD^2 + FE^2$, alors le triangle DEF est rectangle en F.
Exemple :
DEF est un triangle tel que DE = 4 cm, DF = 2,4 cm et EF = 3,2 cm.
$4^2 = 16$; $2{,}4^2 = 5{,}76$ et $3{,}2^2 = 10{,}24$.
$5{,}76 + 10{,}24 = 16$, ainsi $DE^2 = FD^2 + FE^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en F.

Exercice 21 :
a) Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB=8,4cm et AC=3,5cm
b) Calculer la longueur BC

Exercice 22 :
a) Construire un triangle MNO rectangle en N tel que MN=4,5cm et MO=7cm
b) Calculer la longueur NO, en cm. Donner une valeur approchée au dixième près.

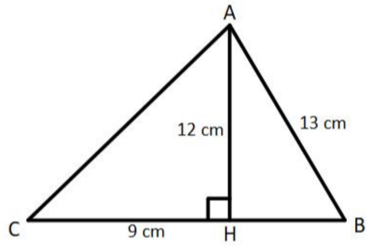
Exercice 23 :
DEF est un triangle tel que : DE=3,5cm, DF=2,1cm et EF=2,8cm
Prouver que le triangle DEF est rectangle

Exercice 24 :
KLM est un triangle tel que KL=48mm, LM=73mm et KM=55mm. Maria remarque que $55^2 \neq 73^2 + 48^2$etaffirme que le triangle KLM n'est pas rectangle. A-t-elle raison ?

Exercice 25 :

a) A l'aide des informations données par la figure, calculer AC et HB.

b) Calculer l'aire et le périmètre du triangle ABC.



Exercice 26 :

Dans chaque cas, démontrer que le triangle ABC est rectangle et préciser son hypoténuse. Les longueurs données sont en mm.

Triangle1 :
AB=22 ,1 AC=14 et BC=17 ,1

Triangle2 :
AB=60, AC=100 et BC=80

Fiche 7:Situation de proportionnalité

• Un tableau est dit de **proportionnalité** lorsque l'on obtient chaque nombre d'une ligne en multipliant le nombre correspondant de l'autre ligne par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

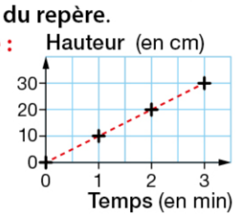
Exemple :

Masse (en kg)	1	0,5	3
Prix (en €)	3,40	1,70	10,20

$\times 3{,}40$

• Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des **points alignés avec l'origine du repère.**

Exemple :



Exercice 27

Dans chaque cas dire s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

a)

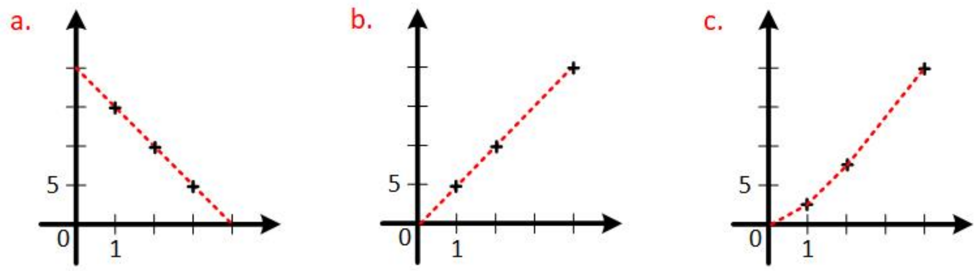
Distance (en km)	216	162	54
Temps (en h)	2	1,5	0,5

b)

Quantité (en L)	10	8	7
Prix (en €)	12	9,60	8,50

Exercice 28

Dans chaque cas, dire si le graphique représente une situation de proportionnalité.



Fiche 8:Utiliser la proportionnalité, cas des pourcentages

• Dans un tableau de proportionnalité, on peut écrire l'égalité des produits en croix :

a	c
b	d

$a \times d = b \times c$.

En connaissant trois valeurs, on peut calculer la 4[e].

Exemple :

Masse d'olives (en kg)	5	21,5
Volume d'huile (en L)	34	x

$5 \times x = 34 \times 21{,}5$ donc $x = \frac{34 \times 21{,}5}{5} = 146{,}2$

Avec 21,5 kg d'olives, on obtient 146,2 L d'huile.

• t désigne un nombre positif, $t\ \% = \frac{t}{100}$

– Prendre t % d'un nombre n, c'est calculer $\frac{t}{100} \times n$.

Exemple : 15 % de 60 €, c'est $\frac{15}{100} \times 60$ € soit 9 €.

– Calculer un pourcentage revient à écrire une proportion de dénominateur 100.

Exemple : Dans une classe, 7 élèves sur 28 sont gauchers. La proportion de gauchers dans cette la classe est $\frac{7}{28}$ soit $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire 25 %.

Exercice 29

Compléter chaque tableau de proportionnalité.

a)

Volume (en m^3)	5	7
Masse (en kg)	400	x

b)

Tours de pédalier	2	x
Distance (en m)	3,6	9

Exercice 30

Un paquet de 200 feuilles de papier pèse 160g. La masse est proportionnelle au nombre de feuilles.

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous

Nombre de feuilles	200	250	Y
Masse (en g)	160	x	60

b) Que représentent x et y ?

Exercice 31 La masse de sable est proportionnelle à son volume. 3 m^3 de sable pèsent 4,8t. Combien pèsent 7 m^3 de sable ?

Exercice 32
Sur une clef USB d'une capacité de 32 Go, 80% sont déjà occupés.

a) Calculer le nombre de Go occupés
b) Calculer de deux façons différentes le nombre de Go encore disponibles.

Exercice 33
Un loyer mensuel est de 350€ en décembre. En janvier, il subira une augmentation de 4%.
Quel sera le montant du loyer en janvier ?

Exercice 34
Dans 15L d'air, il y a 11,7L d'azote et 3,15L d'oxygène.
Quel pourcentage d'azote et quel pourcentage d'oxygène l'air contient-t-il ?

Exercice 35
Brice a payé 5€ un DVD affiché 8€.
Quel pourcentage de remise lui a-t-on appliqué ?

Fiche 9 :Vitesse moyenne

La vitesse moyenne **V** d'un mobile parcourant une distance d pendant un temps t est donnée par la formule :

$$\textbf{vitesse} = \frac{\textbf{distance}}{\textbf{temps}} \quad ou \quad \mathbf{V} = \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{t}}$$

La vitesse moyenne est une grandeur quotient :
Par exemple : En parcourant 225km en 3h, on roule à la vitesse moyenne de 75 km/h

Exercice 36
Paul a mis 2h30 minutes pour parcourir 275 km. Calculer sa vitesse moyenne en km/h.

Exercice 37

a) Léa marche à une vitesse moyenne de 5,4 km/h. Exprimer sa vitesse en m/s
b) Théo court à la vitesse moyenne de 4 m/s. Exprimer sa vitesse en km/h.

Exercice 38
Un TGV se déplace à la vitesse de 320 km/h. Calculer la durée d'un trajet en h, min et s d'un trajet de 408 km.

Correction

Fiche 1

Exercice 1

a) $2x + 6$ ou $2(x+3)$
b) $25x^2$
c) $2x$

Exercice 2

a) $x + 2y$
b) $(x-y)^2$
c) $x(y+1)$

Exercice 3

a) $5x + 3$
b) $(x-4)^2$

Exercice 4

a) E=11 et F=18
b) E=6 et F=10,5
c) E=-1 et F=0

Fiche 2

Exercice 5

a) $7x + 21$
b) $18 - 6x$
c) $10x + 5$
d) $4x - 16$

Exercice 6

a) $x^2 + 11x + 30$
b) $4x^2 + 7x - 15$
c) $x^2 - x - 20$
d) $4x^2 - 16x + 7$

Exercice 7

a) $7(x-2)$
b) $2x(x+2)$

Exercice 8

a) $8x$
b) $5x$
c) $5x$
d) $5x + 2y$
e) $x + 2y$

Fiche 3

Exercice 9

a) Non
b) Oui

Exercice 10

a) Oui
b) Non

Exercice 11

a) $x = 4$
b) $x = -36$

Exercice 12

a) $x = 2$
b) $x = 3$
c) $x = 5/7$

Fiche 4

Exercice 13

$a)\ \frac{5}{2} \quad b)\ \frac{3}{2} \quad c)\ -\frac{1}{12} \quad d)\ -\frac{5}{28}$

Exercice 14

$a)\ \frac{5}{4} \quad b)\ \frac{-5}{3} \quad c)\ \frac{-1}{30} \quad d)\ \frac{11}{14}$

Exercice 15

$a)\ \frac{2}{2}+\frac{3}{2} = \frac{5}{2}$

$b)\ \frac{1}{4}-\frac{8}{4} = \frac{-7}{4}$

$c)\ \frac{15}{5}-\frac{16}{5} = \frac{-1}{5}$

$d)\ \frac{16}{3}-\frac{12}{3} = \frac{4}{3}$

Exercice 16

$a)\ \frac{-26}{3} \quad b)\ \frac{47}{18}$

Fiche 5

Exercice 17 :

$a)\ \frac{-33}{8} \quad b)\ \frac{7}{5} \quad c)\ \frac{9}{14} \quad d)\ \frac{5}{9}$

Exercice 18 :

$a)\ \frac{1}{4} \quad b)\ -4 \quad c)\ \frac{-7}{4} \quad d)\ \frac{9}{4}$

Exercice 19 :

$a)\ \frac{6}{5}:\frac{5}{3} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{25} \qquad b)\ \frac{-4}{7}:\frac{11}{9} = \frac{-4}{7} \times \frac{9}{11} = -\frac{36}{77}$

Exercice 20 :

$a)\ -\frac{3}{20} \quad b)\ -\frac{1}{30} \quad c)\ -\frac{4}{3}$

Fiche 6

Exercice 21 :

BC=9,1cm

Exercice 22 :

$NO \approx 5{,}4cm$

Exercice 23 :

$\boldsymbol{DE^2 = 12{,}25}$

$\boldsymbol{DF^2 + EF^2 = 4{,}41 + 7{,}84 = 12{,}25}$

On a l'égalité **:** $\boldsymbol{DE^2 = DF^2 + EF^2}$*d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en F.*

Exercice 24 :

La plus grande longueur est LM.

$\boldsymbol{73^2 = 5329 \quad 48^2 = 2304 \;\; et \;\; 55^2 = 3025}$

$\boldsymbol{2304 + 3025 = 5329}$

$\boldsymbol{ainsi \quad LM^2 = KL^2 + KM^2}$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle KLM est rectangle en K. Maria a tort.

Exercice 25 :

AC=15, HB=5, l'aire du triangle : $\boldsymbol{84cm^2}$

Le périmètre du triangle ***42cm***

Exercice 26 :

On vérifie que$\boldsymbol{AB^2 = AC^2 + BC^2}$***,*** *et on applique la réciproque du théorème de Pythagore****,*** ***l'hypoténuse****est* ***[AB].***

On vérifie que$\boldsymbol{AC^2 = AB^2 + BC^2}$***,****et on applique la réciproque du théorème de Pythagore****,*** *l'hypoténuseest* ***[AC].***

<u>Fiche 7</u>

Exercice 27 :

a) Oui
b) Non

Exercice 28 :

a) Non
b) Oui
c) Non

Exercice 29:

$a)\; x = 560 \qquad b)\, x = 5$

Exercice 30:

$a)\; x = 200 \quad y = 75$

$b)\; x\ est\ la\ masse, en\ g, de\ 250\ feuilles\ .$

$y\ est\ le\ nombre\ de\ feuilles\ d'un\ paquet\ pesant\ 60g$

Exercice 31:

$7\ m^3\ de\ sable\ pèsent\ 11{,}2\ t$

Exercice 32:

$a)25{,}6\ Go$

$b)6{,}4\ Go$

Exercice 33:

En janvier le loyer augmentera de 14 euros. Il sera de 364 euros.

Exercice 34:

L'aire contient 78 % d'azote et 21% d'oxygène.

Exercice 35:

Une remise de 37,5%

Exercice 36:

110 km/h

Exercice 37:

a) 1,5m/s
b) Environs 14,4 km/h

Exercice 38 :

1 ,275h= 1h16min 30s