Fiche 1 : Langage littéral

• Une **expression littérale** est une expression contenant une ou plusieurs lettres désignant des nombres.
• On peut ne pas écrire le signe × lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

Exemples :
• Le périmètre d'un rectangle de dimensions L et ℓ est donné par la formule : $2L + 2\ell$.
• La somme d'un nombre a et un nombre b se note $a + b$, leur produit se note ab.
• L'aire d'un carré de côté c se note c^2 (c au carré) et le volume d'un cube d'arête c se note c^3 (c au cube).

• **Produire une expression littérale**
Si l'on note x le nombre choisi au départ, alors le nombre obtenu en appliquant le programme de calcul ci-contre est $(x + 5) \times 3$, ce que l'on note $3(x + 5)$.

• Choisir un nombre.
• Ajouter 5.
• Multiplier par 3.

• **Utiliser une expression littérale**
Pour calculer le nombre obtenu en appliquant le programme de calcul ci-dessus, on utilise l'expression littérale obtenue en remplaçant x par le nombre choisi.
Par exemple, si $x = -2$,
$$3(x + 5) = 3(-2 + 5) = 3 \times 3 = 9.$$

Exercice 1 :
Dans chaque cas, exprimer en fonction de x :
a) le périmètre d'un rectangle de dimensions x et 3 ;
b) L'aire d'un carré de côté $5x$;
c) L'aire d'un triangle ABC tel que BC a pour longueur 4 et la hauteur issue de A a pour longueur x.

Exercice 2 :
x et y désignent des nombres.
Dans chaque cas, écrire en langage littéral :
a) La somme de x et du double de y ;
b) Le carré de la différence de x et de y;
c) Le produit de x par la somme de y et de 1.

Exercice 3 :
Pour chaque programme de calcul, écrire une expression littérale correspondant au résultat obtenu si l'on note x le nombre choisi au départ.

a.
• Choisir un nombre.
• Multiplier par 5.
• Ajouter 3.

b.
• Choisir un nombre.
• Soustraire 4.
• Élever au carré.

Exercice 4 :
On considère les expressions suivantes :
$$E = 3 + 2x \text{ et } F = 3(2 + x)$$

Calculer les valeurs de E et F lorsque :
$a)\ x = 4 \quad b)\ x = 1{,}5 \quad c)\ x = -2$

Fiche 2 : Distributivité

• **Développer**, c'est transformer un produit en somme algébrique.
k, a et b désignent des nombres relatifs.
$$k(a + b) = ka + kb$$
• a, b, c, d désignent des nombres relatifs.
$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$
Exemple : $(x + 2)(x + 1) = x \times x + x \times 1 + 2 \times x + 2 \times 1$
donc $(x + 2)(x + 1) = x^2 + 3x + 2$

• **Factoriser**, c'est transformer une somme algébrique en produit.
k, a et b désignent des nombres relatifs.
$$ka + kb = k(a + b)$$
• **Réduire** une somme (ou une différence) c'est l'écrire avec le moins de termes possible.
Exemple : $-2a + 5a = (-2 + 5)a = 3a$

Exercice 5 :
Développer et écrire le plus simplement possible.
a) $7(x + 3)$
b) $6(3 - x)$
c) $5(2x + 1)$
d) $4(x - 4)$

Exercice 6 :
Développer, puis réduire.
a) $(x + 6)(5 + x)$
b) $(4x - 5)(x + 3)$
c) $(4 + x)(x - 5)$
d) $(2x - 7)(2x - 1)$

Exercice 7 :
Factoriser les expressions :
$a)\ 7x - 14 \quad et \quad b)\ 2x^2 + 4x$

Exercice 8 :
Réduire les expressions suivantes :
a) $5x + 3x$
b) $9x - 4x$
c) $6x - x$
d) $2x + 3x - 2y + 4y$
e) $4x - 5y - 3x + 7y$

Fiche 3 : Équations

- Une **équation** est une égalité dans laquelle figurent un ou plusieurs nombres inconnus, désignés par des lettres.

Exemple : L'égalité $2x+3=4x-5$ est une équation du 1er degré d'inconnue x.

- Une valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie est **une solution** de l'équation.

Exemple : Le nombre 4 est une solution de l'équation $2x+3=4x-5$.
En effet, pour $x=4$, $2x+3=2\times4+3=11$ et $4x-5=4\times4-5=11$.

- **Résoudre** une équation, c'est trouver toutes ses solutions.

- À partir d'une égalité, on peut :
– **additionner** (ou **soustraire**) un **même nombre** à chacun de ses membres ;
– **multiplier** (ou **diviser**) par un **même nombre** non nul chacun de ses membres.

Exemple : Résolution de l'équation :

$$4x+1=2x-3 \quad -2x$$
$$4x-2x+1=-3 \quad -2x$$
$$2x+1=-3 \quad -1$$
$$2x=-3-1 \quad -1$$
$$2x=-4 \quad :2$$
$$x=-4:2=-2 \quad :2$$

L'équation $4x+1=2x-3$ a donc pour solution -2.

Exercice 9 :
Dans chaque cas, dire si le nombre donné est une solution de l'équation $3x-5=5x-9$
a) -2
b) 2

Exercice 10 :
Dans chaque cas, dire si $\frac{1}{2}$ est une solution ou non de l'équation :
a) $2x=x+\frac{1}{2}$
b) $4t^2=4$

Exercice 11 :
Résoudre les équations suivantes :
a) $3x-5=7$
b) $\frac{1}{3}x+3=-9$

Exercice 12 :
Résoudre chaque équation :
a) $2x+4=5x-2$
b) $12-x=18-3x$
c) $5-7x=0$

Fiche 4 : Nombres rationnels : addition et soustraction

- Pour **additionner** (ou **soustraire**) des nombres rationnels en écriture fractionnaire de **même dénominateur** :
– on additionne (ou soustrait) les **numérateurs** ;
– on conserve le **dénominateur commun**.
a, b et c désignent des nombres, $c\neq0$.

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Exemples :
- $\frac{8}{5}+\frac{9}{5}=\frac{8+9}{5}=\frac{17}{5}$
- $\frac{8}{5}-\frac{9}{5}=\frac{8-9}{5}=-\frac{1}{5}$

- Pour **additionner** (ou **soustraire**) des nombres rationnels en écriture fractionnaire de **dénominateurs différents** :
– on commence par les écrire avec le même dénominateur : on dit qu'on les **réduit au même dénominateur** ;
– on applique la règle de calcul ci-contre.

Exemples :
- $\frac{3}{4}+\frac{5}{2}=\frac{3}{4}+\frac{5\times2}{2\times2}=\frac{3}{4}+\frac{10}{4}=\frac{13}{4}$
- $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{2\times3}{5\times3}-\frac{1\times5}{3\times5}=\frac{6}{15}-\frac{5}{15}=\frac{1}{15}$

Exercice 13 :
Calculer sous forme fractionnaire et simplifier la fraction obtenue lorsque cela est possible.
$a)\ -\frac{1}{4}+\frac{11}{4}$ $\qquad b)\ \frac{2}{3}+\frac{5}{6}$
$c)\ \frac{3}{4}-\frac{5}{6}$ $\qquad d)\ \frac{4}{7}-\frac{3}{4}$

Exercice 14 :
Calculer sous forme fractionnaire et simplifier la fraction obtenue lorsque cela est possible.
$a)\ \frac{5}{6}+\frac{5}{12}$ $\qquad b)\ -\frac{8}{5}-\frac{1}{15}$
$c)\ \frac{1}{6}-\frac{1}{5}$ $\qquad d)\ -\frac{5}{7}+\frac{3}{2}$

Exercice 15 :
Écrire chaque nombre entier sous la forme d'une fraction, puis calculer.
$a)\ 1+\frac{3}{2}$ $\qquad b)\ \frac{1}{4}-2$
$c)\ 3-\frac{16}{5}$ $\qquad d)\ \frac{16}{3}-4$

Exercice 16 :
Calculer sous forme fractionnaire et simplifier la réponse si possible
$a)\ -\frac{3}{2}+\frac{5}{3}-\frac{7}{2}-\frac{16}{3}$ $\qquad b)\ 2-\frac{5}{6}+\frac{5}{3}-\frac{2}{9}$

Fiche 5 : Nombres rationnels - multiplication et division

• Pour **multiplier** des nombres rationnels en écriture fractionnaire :
– on multiplie les **numérateurs** entre eux ;
– on multiplie les **dénominateurs** entre eux.
a, c, b et d désignent des nombres, $b \neq 0$ et $d \neq 0$.
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.
En particulier $a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$

Exemples : • $\frac{7}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{7 \times 3}{5 \times 4} = \frac{21}{20}$
• $-2 \times \frac{-7}{5} = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5}$

• L'**inverse** d'un nombre relatif $x \neq 0$ est $\frac{1}{x}$.
L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0, b \neq 0)$.
• Diviser par un nombre rationnel différent de 0 revient à **multiplier par son inverse**.

Exemples : • $\frac{7}{5} : \frac{3}{4} = \frac{7}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{7 \times 4}{5 \times 3} = \frac{28}{15}$
• $\frac{-4}{9} : \frac{4}{3} = \frac{-4}{9} \times \frac{3}{4} = -\frac{4 \times 3}{3 \times 3 \times 4} = -\frac{1}{3}$

Exercice 17 :
Calculer sous forme fractionnaire en simplifiant lorsque cela est possible.

$a)\ -\frac{3}{4} \times \frac{11}{2}$ $b)\ -\frac{3}{5} \times \frac{-7}{3}$

$c)\ \frac{3}{2} \times \frac{3}{7}$ $d)\ -\frac{25}{9} \times \left(-\frac{1}{5}\right)$

Exercice 18 :
Calculer sous forme fractionnaire en pensant aux simplifications possibles.

$a)\ \frac{7}{5} \times \frac{5}{28}$ $b)\ \frac{-12}{7} \times \frac{7}{3}$

$c)\ -4 \times \frac{7}{16}$ $d)\ -\frac{9}{8} \times (-2)$

Exercice 19 :
Recopier et compléter

$a)\ \frac{6}{5} : \frac{5}{3} = \frac{6}{5} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

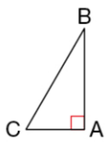
$b)\ \frac{-4}{7} : \frac{11}{9} = \frac{-4}{7} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Exercice 20 :

$a)\ -\frac{3}{8} : \frac{5}{2}$ $b)\ \frac{11}{15} : (-22)$ $c)\ 7 : \left(-\frac{21}{4}\right)$

Fiche 6: Le théorème de Pythagore et sa réciproque

• **Le théorème de Pythagore**
Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Exemple :
ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 7,7 cm et AC = 3,6 cm. D'après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
D'où $BC^2 = 7{,}7^2 + 3{,}6^2$.
$BC^2 = 72{,}25$, donc $BC = \sqrt{72{,}25}$. Avec la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice, on trouve BC = 8,5 cm.

• **La réciproque**
Si, dans un triangle DEF, on a $DE^2 = FD^2 + FE^2$, alors le triangle DEF est rectangle en F.

Exemple :
DEF est un triangle tel que DE = 4 cm, DF = 2,4 cm et EF = 3,2 cm.
$4^2 = 16$; $2{,}4^2 = 5{,}76$ et $3{,}2^2 = 10{,}24$.
$5{,}76 + 10{,}24 = 16$, ainsi $DE^2 = FD^2 + FE^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en F.

Exercice 21 :
a) Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB=8,4cm et AC=3,5cm
b) Calculer la longueur BC

Exercice 22 :
a) Construire un triangle MNO rectangle en N tel que MN=4,5 cm et MO=7 cm
b) Calculer la longueur NO, en cm. Donner une valeur approchée au dixième près.

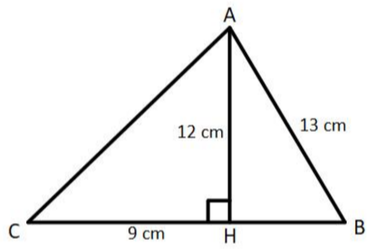
Exercice 23 :
DEF est un triangle tel que : DE=3,5 cm, DF=2,1 cm et EF=2,8 cm
Prouver que le triangle DEF est rectangle

Exercice 24 :
KLM est un triangle tel que KL=48 mm, LM=73 mm et KM=55mm. Maria remarque que $55^2 \neq 73^2 + 48^2$ et affirme que le triangle KLM n'est pas rectangle. A-t-elle raison ?

Exercice 25 :

a) A l'aide des informations données par la figure, calculer AC et HB.

b) Calculer l'aire et le périmètre du triangle ABC.



Exercice 26 :

Dans chaque cas, démontrer que le triangle ABC est rectangle et préciser son hypoténuse. Les longueurs données sont en mm.

Triangle1 :
AB=22 ,1 AC=14 et BC=17 ,1

Triangle2 :
AB=60, AC=100 et BC=80

Fiche 7:Situation de proportionnalité

• Un tableau est dit de **proportionnalité** lorsque l'on obtient chaque nombre d'une ligne en multipliant le nombre correspondant de l'autre ligne par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

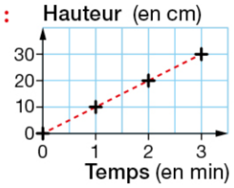
Exemple :

Masse (en kg)	1	0,5	3
Prix (en €)	3,40	1,70	10,20

$\times 3,40$

• Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des **points alignés avec l'origine du repère**.

Exemple :



Exercice 27

Dans chaque cas dire s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

a)

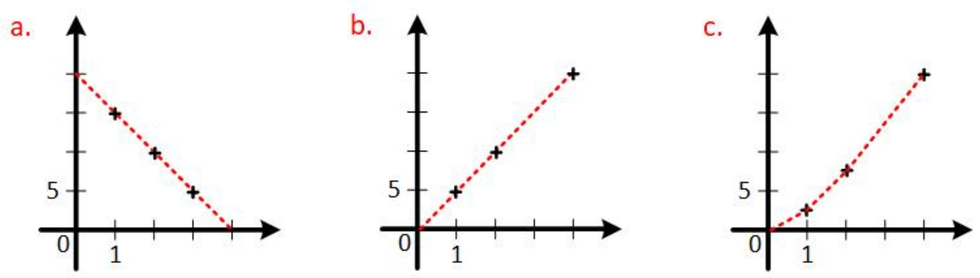
Distance (en km)	216	162	54
Temps (en h)	2	1,5	0,5

b)

Quantité (en L)	10	8	7
Prix (en €)	12	9,60	8,50

Exercice 28

Dans chaque cas, dire si le graphique représente une situation de proportionnalité.



Fiche 8: Utiliser la proportionnalité, cas des pourcentages

• Dans un tableau de proportionnalité, on peut écrire l'égalité des produits en croix :

a	c
b	d

$a \times d = b \times c$.

En connaissant trois valeurs, on peut calculer la 4e.

Exemple :

Masse d'olives (en kg)	5	21,5
Volume d'huile (en L)	34	x

$5 \times x = 34 \times 21,5$ donc $x = \frac{34 \times 21,5}{5} = 146,2$

Avec 21,5 kg d'olives, on obtient 146,2 L d'huile.

• t désigne un nombre positif, $t\,\% = \frac{t}{100}$

– Prendre t % d'un nombre n, c'est calculer $\frac{t}{100} \times n$.

Exemple : 15 % de 60 €, c'est $\frac{15}{100} \times 60$ € soit 9 €.

– Calculer un pourcentage revient à écrire une proportion de dénominateur 100.

Exemple : Dans une classe, 7 élèves sur 28 sont gauchers. La proportion de gauchers dans cette la classe est $\frac{7}{28}$ soit $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire 25 %.

Exercice 29

Compléter chaque tableau de proportionnalité.

a)

Volume (en m^3)	5	7
Masse (en kg)	400	x

b)

Tours de pédalier	2	x
Distance (en m)	3,6	9

Exercice 30

Un paquet de 200 feuilles de papier pèse 160g. La masse est proportionnelle au nombre de feuilles.

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous

Nombre de feuilles	200	250	Y
Masse (en g)	160	x	60

b) Que représentent x et y ?

Exercice 31 La masse de sable est proportionnelle à son volume. 3 m^3 de sable pèsent 4,8t. Combien pèsent $7m^3$ de sable ?

Exercice 32
Sur une clef USB d'une capacité de 32 Go, 80% sont déjà occupés.

a) Calculer le nombre de Go occupés
b) Calculer de deux façons différentes le nombre de Go encore disponibles.

Exercice 33
Un loyer mensuel est de 350€ en décembre. En janvier, il subira une augmentation de 4%.
Quel sera le montant du loyer en janvier ?

Exercice 34
Dans 15L d'air, il y a 11,7L d'azote et 3,15L d'oxygène.
Quel pourcentage d'azote et quel pourcentage d'oxygène l'air contient-t-il ?

Exercice 35
Brice a payé 5€ un DVD affiché 8€.
Quel pourcentage de remise lui a-t-on appliqué ?

Fiche 9 :Vitesse moyenne

La vitesse moyenne **V** d'un mobile parcourant une distance d pendant un temps t est donnée par la formule :

$$\textbf{vitesse} = \frac{\textbf{distance}}{\textbf{temps}} \quad ou \quad \mathbf{V} = \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{t}}$$

La vitesse moyenne est une grandeur quotient :
Par exemple : En parcourant 225km en 3h, on roule à la vitesse moyenne de 75 km/h

Exercice 36
Paul a mis 2h30 minutes pour parcourir 275 km. Calculer sa vitesse moyenne en km/h.

Exercice 37

a) Léa marche à une vitesse moyenne de 5,4 km/h. Exprimer sa vitesse en m/s
b) Théo court à la vitesse moyenne de 4 m/s. Exprimer sa vitesse en km/h.

Exercice 38
Un TGV se déplace à la vitesse de 320 km/h. Calculer la durée d'un trajet en h, min et s d'un trajet de 408 km.

Correction

Exercice 1 :

a) Le périmètre d'un polygone est la somme des longueurs de ses côtés.

$$P = x + 3 + x + 3$$
$$P = 2x + 6$$

b) L'aire d'un carré de côté $5x$ est

$$A = 5x \times 5x = 25x^2$$

c) L'aire du triangle est

$$A = \frac{4 \times x}{2} = 2x$$

Exercice 2 :

a) $x + 2y$
b) $(x - y)^2$
c) $x(y + 1)$

Exercice 3 :

On écrit pour chaque étape le programme de calcul. Attention, quand on réutilise le résultat du calcul précédent, on fait attention à mettre des parenthèses si nécessaire.

a) Etape 1 :x
Etape 2 : $5 \times x = 5x$
Etape 3 : $5x + 3$

b) Etape 1 : x
Etape 2 : $x - 4$
Etape 3 : $(x - 4)^2$

Exercice 4 :

$E = 3x + 2$

a) $3x + 2 = 3 \times 4 + 2 = 14$
b) $3x + 2 = 3 \times 1{,}5 + 2 = 6{,}5$
c) $3x + 2 = 3 \times (-2) + 2 = -6 + 2 = -4$

$F = 3(2 + x)$

a) $3(2 + x) = 3 \times (2 + 4) = 3 \times 6 = 18$
b) $3(2 + x) = 3 \times (2 + 1{,}5) = 3 \times 3{,}5 = 10{,}5$
c) $3(2 + x) = 3 \times \big(2 + (-2)\big) = 3 \times 0 = 0$

Exercice 5 :

d) $7(\mathrm{x}+3)=7\times\mathrm{x}+7\times 3=7\mathrm{x}+21$
e) $6(3-\mathrm{x})=6\times 3+6\times(-\mathrm{x})=18-6\mathrm{x}$
f) $5(2\mathrm{x}+1)=5\times 2\mathrm{x}+5\times 1=10\mathrm{x}+5$
g) $4(\mathrm{x}-4)=4\times\mathrm{x}+4\times(-4)=4\mathrm{x}-16$

Exercice 6 :

e)

$$A=(x+6)(5+x)$$
$$A=x\times 5+x\times x+6\times 5+6\times x$$
$$A=\ 5x+x^2+30+6x$$
$$A=x^2+11x+30$$

f)

$$B=(4x-5)(x+3)$$
$$B=4x\times x+4x\times 3+(-5)\times x+(-5)\times 3$$
$$B=4x^2+12x-5x-15$$
$$B=4x^2+7x-15$$

g)

$$C=(4+x)(x-5)$$
$$C=4\times x+4\times(-5)+x\times x+x\times(-5)$$
$$C=4x-20+x^2-5x$$
$$C=x^2-x-20$$

h)

$$D=(2x-7)(2x-1)$$
$$D=2x\times 2x+2x\times(-1)+(-7)\times 2x+(-7)\times(-1)$$
$$D=4x^2-2x-14x+7$$
$$D=4x^2-16x+7$$

Exercice 7 :

a) $A=7x-14=7\times x-7\times 2=7(x-2)$
b) $B=2x^2+4x=2x\times x+2x\times 2=2x(x+2)$

Exercice 8 :

f) $5x+3x=(5+3)x=8x$
g) $9x-4x=(9-4)x=5x$
h) $6x-x=(6-1)x=5x$
i) $2x+3x-2y+4y=(2+3)x+(-2+4)y=5x+2y$
j) $4x-5y-3x+7y=(4-3)x+(-5+7)y=x+2y$

Exercice 9 :

a) $\begin{cases}3x-5=3\times(-2)-5=-6-5=-11\\5x-9=5\times(-2)-9=-10-9=-19\end{cases}$

Donc $x=-2$ n'est pas solution de l'équation $3x-5=5x-9$.

b) $\begin{cases}3x-5=3\times 2-5=6-5=1\\5x-9=5\times 2-9=10-9=1\end{cases}$

Donc $x=2$ est solution de l'équation $3x-5=5x-9$.

Exercice 10 :

a) $\begin{cases}2x=2\times\frac{1}{2}=1\\x+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1\end{cases}$

Donc $x = \frac{1}{2}$ est solution de l'équation $2x = x + \frac{1}{2}$.

b) $4t^2 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1$

Donc $t = \frac{1}{2}$ n'est pas solution de l'équation $4t^2 = 4$.

<u>Exercice 11 :</u>

a)

$$\begin{gathered} 3x - 5 = 7 \\ 3x - 5 + 5 = 7 + 5 \\ 3x = 12 \\ \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \\ x = 4 \end{gathered}$$

<u>Vérification</u> : $3x - 5 = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7$

Donc $x = 4$ est solution de l'équation $3x - 5 = 7$.

b)

$$\begin{gathered} \frac{1}{3}x + 3 = -9 \\ \frac{1}{3}x + 3 - 3 = -9 - 3 \\ \frac{1}{3}x = -12 \\ 3 \times \frac{1}{3}x = -12 \times 3 \\ x = -36 \end{gathered}$$

Vérification : $\frac{1}{3}x + 3 = \frac{1}{3} \times (-36) + 3 = -12 + 3 = -9$.

Donc $x = -36$ est solution de l'équation $\frac{1}{3}x + 3 = -9$.

<u>Exercice 12 :</u>

a)

$$\begin{gathered} 2x + 4 = 5x - 2 \\ 2x + 4 - 4 = 5x - 2 - 4 \\ 2x = 5x - 6 \\ 2x - 5x = 5x - 6 - 5x \\ -3x = -6 \\ -\frac{3x}{-3} = -\frac{6}{-3} \\ x = 2 \end{gathered}$$

Vérification :

$$\begin{cases} 2x + 4 = 2 \times 2 + 4 = 8 \\ 5x - 2 = 5 \times 2 - 2 = 8 \end{cases}$$

Donc $x = 2$ est solution de l'équation $2x + 4 = 5x - 2$.

b)

$$\begin{gathered} 12 - x = 18 - 3x \\ 12 - x - 12 = 18 - 3x - 12 \\ -x = 6 - 3x \end{gathered}$$

$$-x + 3x = 6 - 3x + 3x$$
$$2x = 6$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

Vérification :

$$\begin{cases} 12 - x = 12 - 3 = 9 \\ 18 - 3x = 18 - 3 \times 3 = 9 \end{cases}$$

Donc $x = 3$ est solution de l'équation $12 - x = 18 - 3x$.

c)

$$5 - 7x = 0$$
$$5 - 7x + 7x = 7x$$
$$7x = 5$$
$$\frac{7x}{7} = \frac{5}{7}$$
$$x = \frac{5}{7}$$

Vérification :

$$5 - 7x = 5 - 7 \times \frac{5}{7} = 5 - 5 = 0$$

Donc $x = \frac{5}{7}$ est solution de l'équation $5 - 7x = 0$.

Exercice 13 :

a)

$$-\frac{1}{4} + \frac{11}{4} = \frac{-1 + 11}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5 \times 2}{2 \times 2} = \frac{5}{2}$$

b)

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{4 + 5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3 \times 3}{3 \times 2} = \frac{3}{2}$$

c)

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \frac{9 - 10}{12} = -\frac{1}{12}$$

d)

$$\frac{4}{7} - \frac{3}{4} = \frac{4 \times 4}{7 \times 4} - \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{16}{28} - \frac{21}{28} = \frac{16 - 21}{28} = -\frac{5}{28}$$

Exercice 14 :

a)

$$\frac{5}{6} + \frac{5}{12} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{5}{12} = \frac{10}{12} + \frac{5}{12} = \frac{10 + 5}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{5}{4}$$

b)

$$-\frac{8}{5} - \frac{1}{15} = \frac{-8 \times 3}{5 \times 3} - \frac{1}{15} = -\frac{24}{15} - \frac{1}{15} = \frac{-24 - 1}{15} = -\frac{25}{15} = \frac{-5 \times 5}{5 \times 3} = -\frac{5}{3}$$

c)

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} - \frac{1 \times 6}{5 \times 6} = \frac{5}{30} - \frac{6}{30} = \frac{5 - 6}{30} = -\frac{1}{30}$$

d)

$$-\frac{5}{7} + \frac{3}{2} = \frac{(-5 \times 2)}{7 \times 2} + \frac{3 \times 7}{2 \times 7} = -\frac{10}{14} + \frac{21}{14} = \frac{(-10 + 21)}{14} = \frac{11}{14}$$

Exercice 15 :

a)

$$1+\frac{3}{2}=\frac{1}{1}+\frac{3}{2}=\frac{1\times 2}{1\times 2}+\frac{3}{2}=\frac{2}{2}+\frac{3}{2}=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$$

b)

$$\frac{1}{4}-2=\frac{1}{4}-\frac{(2\times 4)}{1\times 4}=\frac{1}{4}-\frac{8}{4}=\frac{1-8}{4}=-\frac{7}{4}$$

c)

$$3-\frac{16}{5}=\frac{3\times 5}{1\times 5}-\frac{16}{5}=\frac{15}{5}-\frac{16}{5}=\frac{(1-16)}{5}=-\frac{1}{5}$$

d)

$$\frac{16}{3}-4=\frac{16}{3}-\frac{4\times 3}{1\times 3}=\frac{16}{3}-\frac{12}{3}=\frac{16-12}{3}=\frac{4}{3}$$

Exercice 16 :

a)

$$-\frac{3}{2}+\frac{5}{3}-\frac{7}{2}-\frac{16}{3}=\frac{-3-7}{2}+\frac{5-16}{3}=-\frac{10}{2}-\frac{11}{3}$$
$$=-5-\frac{11}{3}=\frac{-5\times 3}{1\times 3}-\frac{11}{3}=\frac{-15-11}{3}=-\frac{26}{3}$$

b)

$$2-\frac{5}{6}+\frac{5}{3}-\frac{2}{9}=\frac{2\times 18}{1\times 18}-\frac{5\times 3}{6\times 3}+\frac{5\times 6}{3\times 6}-\frac{2\times 2}{9\times 2}=\frac{36-15+30-4}{18}=\frac{47}{18}$$

Exercice 17 :

a)

$$-\frac{3}{4}\times\frac{11}{2}=-\frac{3\times 11}{4\times 2}=-\frac{33}{8}$$

b)

$$-\frac{3}{5}\times\frac{-7}{3}=\frac{(-3)\times(-7)}{5\times 3}=\frac{7}{5}$$

c)

$$\frac{3}{2}\times\frac{3}{7}=\frac{3\times 3}{2\times 7}=\frac{9}{14}$$

d)

$$-\frac{25}{9}\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{-25\times(-1)}{9\times 5}=\frac{5\times 5}{9\times 5}=\frac{5}{9}$$

Exercice 18 :

a)

$$\frac{7}{5}\times\frac{5}{28}=\frac{7\times 5}{5\times 28}=\frac{7\times 5}{5\times 7\times 4}=\frac{1}{4}$$

b)

$$\frac{-12}{7}\times\frac{7}{3}=\frac{-12\times 7}{7\times 3}=-\frac{12}{3}=-\frac{4\times 3}{3}$$

c)

$$-4\times\frac{7}{16}=\frac{-4\times 7}{4\times 4}=-\frac{7}{4}$$

d)

$$-\frac{9}{8}\ \mathrm{x}\ (-2)=\frac{-9\times(-2)}{8}=\frac{9\times 2}{4\times 2}=\frac{9}{4}$$

Exercice 19 :

a)

$$\frac{6}{5}:\frac{5}{3}=\frac{6}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6\times 3}{5\times 5}=\frac{18}{25}$$

b)

$$\frac{-4}{7}:\frac{11}{9}=\frac{-4}{7}\times\frac{9}{11}=\frac{-4\times 9}{7\times 11}=-\frac{36}{77}$$

Exercice 20 :

a)

$$-\frac{3}{8}:\frac{5}{2}=-\frac{3}{8}\times\frac{2}{5}=\frac{-3\times 2}{8\times 5}=\frac{-3\times 2}{4\times 2\times 5}=-\frac{3}{20}$$

b)

$$\frac{11}{15}:(-22)=\frac{11}{15}\times\frac{1}{-22}=-\frac{-11\times 1}{15\times 11\times 2}=-\frac{1}{30}$$

c)

$$7:\left(-\frac{21}{4}\right)=7\times\left(-\frac{4}{21}\right)=-\frac{7\times 4}{7\times 3}=-\frac{4}{3}$$

Exercice 21 :

Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Donc

$$BC^2 = 8{,}4^2 + 3{,}5^2 = 70{,}56 + 12{,}25 = 82{,}81$$

Or $BC > 0$ car c'est une longueur.

$$BC = \sqrt{82{,}81} = 9{,}1$$

[BC] mesure 9,1 cm.

Exercice 22 :

Le triangle MNO est rectangle en N.

D'après le théorème de Pythagore

$$OM^2 = NO^2 + NM^2$$

Donc

$$7^2 = NO^2 + 4{,}5^2$$

$$NO^2 = 49 - 20{,}25 = 28{,}75$$

Or $NO > 0$ car c'est une longueur.

$$NO = \sqrt{28{,}75} \approx 5{,}4$$

[NO] mesure environ 5,4 cm.

Exercices 23 :

Le côté le plus long est [DE].

$$\begin{cases} DE^2 = 3{,}5^2 = 12{,}25 \\ DF^2 + EF^2 = 2{,}1^2 + 2{,}8^2 = 12{,}25 \end{cases}$$

Donc $DE^2 = DF^2 + EF^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en F.

Exercice 24 :

Maria n'a pas regardé quel était le côté le plus long dans son triangle, c'est [LM] et pas [KM].

Rédaction correcte :

Le côté le plus long est [LM].

$$\begin{cases} LM^2 = 77^2 = 5929 \\ KM^2 + KL^2 = 55^2 + 48^2 = 5329 \end{cases}$$

Donc $LM^2 \neq KM^2 + KL^2$.

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle LMK n'est pas rectangle.

Attention, il faut toujours chercher en premier quel est le côté le plus long, car lui seul pourra devenir l'hypoténuse si le triangle est rectangle.

Exercice 25 :

a) Le triangle AHC est rectangle en H.
D'après le théorème de Pythagore

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

Donc

$$AC^2 = 12^2 + 9^2 = 225$$

Or $AC > 0$ car c'est une longueur.

$$AC = \sqrt{225} = 15$$

[AC] mesure 15 cm.

Le triangle AHB est rectangle en H.

D'après le théorème de Pythagore

$$AB^2 = AH^2 + HB^2$$

Donc

$$13^2 = 12^2 + HB^2$$

$$HB^2 = 169 - 144 = 25$$

Or $HB > 0$ car c'est une longueur.

$$HB = \sqrt{25} = 5$$

[HB] mesure 5 cm.

b) $BC = 9 + 5 = 14\ cm$

- Aire du triangle : $A = \frac{14 \times 12}{2} = 84\ cm^2$
- Périmètre du triangle : $P = 15 + 14 + 13 = 42\ cm$

Exercice 26 :

Triangle 1

Le côté le plus long est [AB].

$$\begin{cases} AB^2 = 22{,}1^2 = 488{,}41 \\ AC^2 + BC^2 = 14^2 + 17{,}1^2 = 488{,}41 \end{cases}$$

Donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

Triangle 2

Le côté le plus long est [AC].

$$\begin{cases} AC^2 = 100^2 = 10000 \\ AB^2 + BC^2 = 60^2 + 80^2 = 10000 \end{cases}$$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 27 :

a) On calcule tous les quotients (on divise la seconde ligne par la première pour chaque colonne).

$\frac{2}{216} = \frac{1}{108}$ $\frac{1{,}5}{162} = \frac{1}{108}$ $\frac{0{,}5}{54} = \frac{1}{108}$

Les trois quotients sont égaux, donc le tableau est un tableau de proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité vaut $\frac{1}{108}$.

b) On calcule tous les quotients (on divise la seconde ligne par la première pour chaque colonne).

$\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ $\frac{9,6}{8} = \frac{6}{5}$ $\frac{8,5}{7} = \frac{17}{14}$

Avec l'égalité des produits en croix, on vérifie que :

$$\begin{cases} 6 \times 14 = 84 \\ 5 \times 17 = 85 \end{cases}$$

Donc les quotients ne sont pas égaux. Ce n'est pas une situation de proportionnalité.

Exercice 28 :

a) Ce n'est pas une situation de proportionnalité car les points sont alignés et forment une droite mais qui ne passe pas par l'origine du repère.
b) C'est une situation de proportionnalité car les points sont alignés et forment une droite qui passe par l'origine du repère.
c) Ce n'est pas une situation de proportionnalité car les points ne sont pas alignés.

Exercice 29 :

En utilisant l'égalité du produit en croix.

a) $5 \times x = 7 \times 400$ donc $x = \frac{(7\times400)}{5} = 560$
b) $3,6 \times x = 9 \times 2$ donc $x = \frac{9\times2}{3,6} = 5$

Exercice 30 :

Nombre de feuilles	200	250	*Y*
Masse (en g)	160	*x*	60

a)

$$x = \frac{250 \times 160}{200} = 200$$

$$y = \frac{60 \times 200}{160} = 75$$

b) x est la masse en gramme, de 250 feuilles.
y est le nombre de feuilles d'un paquet pesant 60 g.

Exercice 31 :

Si 3 m^3 pèsent 4,8 t alors 7 m^3 pèsent : $\frac{7\times4,8}{3} = 11,2\ t$

Exercice 32 :

a) $\frac{80}{100} \times 32 = 25{,}6\ Go.$

25,6 Go sont occupés sur la clé.

b) Première façon : $32 - 25{,}6 = 6{,}4\ Go$
Seconde façon : si 80% de l'espace est occupé alors $100\% - 80\% = 20\%$ ne sont pas occupés. Donc $\frac{20}{100} \times 32 = 6{,}4\ Go$

Exercice 33 :

Montant de l'augmentation : $\frac{4}{100} \times 350 = 14$ €

Prix après augmentation : $350 + 14 = 364$ €.

Le montant du loyer sera de 364 €.

Exercice 34 :

Le pourcentage d'azote sera de $\frac{11{,}7}{15} = 0{,}78 = \frac{78}{100} = 78\%$.

Le pourcentage d'oxygène sera de $\frac{3{,}15}{15} = 0{,}21 = \frac{21}{100} = 21\%$.

Exercice 35 :

Variation du prix : $8 - 5 = 3$ €.

Pourcentage de remise : $\frac{3}{8} = 0{,}375 = \frac{37{,}5}{100} = 37{,}5\%$

Le pourcentage de remise est de 37,5%.

Exercice 36 :

2h30 = 2h + 30 min = 2h + 0,5 h = 2,5h

Donc $v = \frac{275}{2{,}5} = 110\ km/h.$

Exercice 37 :

a) Léa marche à 5,4 km/h donc à 5400 m/h.
Et 1h = 3600 s.

Donc Léa marche à $\frac{5400}{3600} = 1{,}5\ m/s$

b) Théo court à 4 m/s, donc en une heure, il parcourt $4 \times 3600 = 14400\ m.$
Et 14400 m = 14,4 km.
Donc Théo court à 14,4 km/h.

Exercice 38 :

$$v = \frac{d}{t}$$

Donc $t = \frac{d}{v} = \frac{408}{320} = 1{,}275$.

Le TGV parcourt les 408 km en 1,275h, soit

1,275 h = 1h + 0,275 h = 1h + 0,275 $\times$ 60 min = 1h 16,5 min, soit 1h 16 min et 30 secondes.