

Livret de révision 5ème → 4ème

L'objectif de ce livret est de permettre, moyennant un peu de travail pendant les vacances, de démarrer l'année de 4ème avec de bonnes bases.

Comment l'utiliser ?

- Ne faites pas tout d'un coup
- Ne commencez pas la veille de la rentrée
- Chaque partie comprend un rappel de cours et des exercices
- Assurez vous de maîtriser le cours avant de faire les exercices
- Ne laissez pas la calculatrice faire les calculs à votre place
- Vérifiez les réponses sur la dernière page
- Si vous ne trouvez pas la bonne réponse, recherchez l'erreur.

Ce travail fera l'objet d'une évaluation à la rentrée

Vous pouvez aussi approfondir votre travail sur les sites :

<https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-cinquieme>

<http://mathenpoche.sesamath.net/#5>

<http://mathsmentales.net/>

Bon courage, bonnes vacances et bonne rentrée !

.....

Partie 1 : Expressions numériques

• Expressions sans parenthèses

Pour calculer une expression numérique sans parenthèses, on effectue **les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.**

Exemples

$$A = 13,8 - 1,25 \times 10$$

$$B = 1,7 + 9 : 2$$

$$A = 13,8 - 12,5$$

$$B = 1,7 + 4,5$$

$$A = 1,3$$

$$B = 6,2$$

• Expressions avec parenthèses

Pour calculer une expression numérique où figurent des parenthèses, on effectue **d'abord les calculs entre parenthèses.**

Exemples

$$C = 10 \times (12,5 - 5)$$

$$D = (4 + 5) \times (10 - 7)$$

$$C = 10 \times 7,5$$

$$D = 9 \times 3$$

$$C = 75$$

$$D = 27$$

Ex 1 Calculer chaque expression

$$A = 13 - 8 + 4$$

$$B = 2 \times 0,5 \times 18$$

$$C = 16 \times 2 \div 10$$

$$D = 9 \times 6 - 4 \times 7$$

$$E = 0,5 \times 4 + 150 \div 100$$

$$F = 1,2 + 2,7 \div 3$$

$$G = 22 - (9 - 3) \times 2$$

$$H = (13 - 7) \times 5 + 25$$

$$I = 20,5 - 20 \times (1 - 0,4)$$

$$J = (18 - 5) \div 2 - 5$$

Ex 2 Naomi a acheté un cahier à 3,90€ et trois classeurs à 5€ l'un.

Écrire une expression D qui permet de calculer le montant de la dépense de Naomi, puis calculer D.

Ex 3 Logan a payé 3,90€ pour un croissant à 1,20€ et 3 baguettes de pain.

Écrire une expression P qui permet de calculer le prix d'une baguette, puis calculer P

Partie 2 : Expressions littérales

• Une **expression littérale** est une expression contenant une ou plusieurs lettres, ces lettres désignant des nombres.

Exemple : le périmètre P d'un carré de côté c est donné par la formule $P = 4 \times c$.

• $a \times a$ se note a^2 (lire « a au carré »). $a \times a \times a$ se note a^3 (lire « a au cube »).

Exemples : $5^2 = 5 \times 5 = 25$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

• Une **égalité** est constituée de deux membres séparés par le signe « = ».

Une égalité où interviennent des expressions littérales peut être **vraie** pour certaines valeurs affectées aux lettres et **fausse** pour d'autres.

Exemple : **membre de gauche** $5 \times x + 2$ = **membre de droite** $2 \times x + 8$

Pour $x = 1$: $5 \times x + 2 = 5 \times 1 + 2 = 5 + 2 = 7$ et $2 \times x + 8 = 2 \times 1 + 8 = 2 + 8 = 10$

$7 \neq 10$ donc l'égalité $5 \times x + 2 = 2 \times x + 8$ est fausse pour $x = 1$.

Ex 4 Jamie commande des DVD sur un site internet. Chaque DVD coûte 7,50€ et il faut compter 6,50€ de frais de port. Jamie a écrit la formule $P = 7,50 \times n + 6,50$

a) que désignent les lettres P et n

b) Calculer P pour $n = 6$, puis pour $n = 11$.

Ex 5 Voici trois expressions littérales

$E = 2 + 3 \times x$ $F = 2 \times (x + 3)$ $G = 2 \times x + 3$

Calculer les valeurs de E, F et G pour : a) $x = 4$ b) $x = 2,5$ c) $x = 0$.

Ex 6 Voici une expression littérale $A = 3 \times x^2$

Calculer la valeur de A pour $x = 5$ puis pour $x = 8$

Ex 7 Voici un programme de calcul

1) Calculer le nombre obtenu si l'on choisit comme nombre de départ :

a) 3 b) 1,5 c) 0 d) 7

- Choisir un nombre
- Ajouter 4
- Multiplier par 5

2) On note n le nombre choisi au départ. Exprimer le résultat obtenu en fonction de n.

Ex 8 Dans chaque cas, dire si l'égalité est vraie pour $x = 2$.

a) $5 \times x + 3 = 13$ b) $6 \times x - 5 = 3 \times x$ c) $2 \times (x + 5) = 10 - x$ d) $6 + 4 \times x = 5 \times x + 4$

Partie 3: Addition de nombres relatifs

• La somme de deux nombres relatifs de **même signe** :

– a pour signe le signe commun aux deux nombres ;

– a pour distance à zéro la somme des distances à zéro.

• La somme de deux nombres relatifs de **signes contraires** :

– a pour signe le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;

– a pour distance à zéro la différence des distances à zéro.

Cas particulier : la somme de deux nombres relatifs **opposés** est égale à 0.

Exemples : $-5 + 5 = 0$ $8,4 + (-8,4) = 0$

• Dans une suite d'additions, on peut modifier l'ordre des termes.

Exemples

$$4,2 + 2,5 = 6,7$$

$$-7 + (-4,5) = -11,5$$

Exemples

$$6,5 + (-4) = 2,5$$

$$-7,5 + 3 = -4,5$$

Ex 9 Calculer

A = $3,6 + 2,5$ B = $-5,6 + (-5,4)$ C = $-7,2 + 9$ D = $1,9 + (-3)$ E = $9,8 + (-12)$ F = $-8 + 1,3$

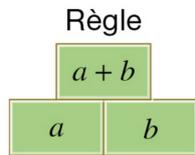
Ex 10 Calculer astucieusement.

$$A = 2,4 + (-5,4) + (-1,2) + (-1,2) + 0,4$$

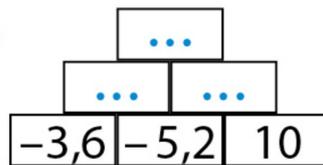
$$B = -11 + 5 + (-3,4) + 11 + (-1,6)$$

$$C = -1,7 + (-32) + 2,5 + 35 + (-1,8) + (-3)$$

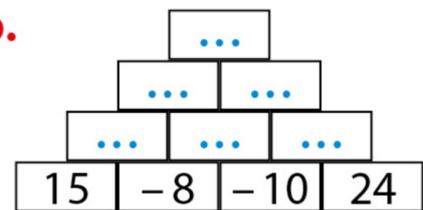
Ex 11 Compléter chaque pyramide en suivant la règle



a.



b.



Partie 4: Soustraction de nombres relatifs (sommes algébriques)

- Pour soustraire un nombre relatif, on **ajoute son opposé**.

Exemples : $6 - 9 = 6 + (-9) = -3$

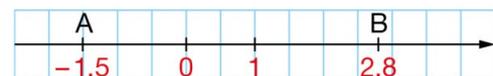
$$7,5 - (-3) = 7,5 + 3 = 10,5$$

Attention ! Il ne faut pas changer l'ordre des termes d'une différence.

$$6 - 9 = -3 \text{ mais } 9 - 6 = 3$$

- Sur une droite graduée, la **distance** entre deux points est égale à la **différence** entre l'abscisse la plus grande et l'abscisse la plus petite.

Exemple



$$2,8 > -1,5 \text{ donc } AB = 2,8 - (-1,5) = 2,8 + 1,5 = 4,3$$

- Une **somme algébrique** est une suite d'additions et de soustractions.

Ex 12 Calculer

$$A = 3,8 - 4,7$$

$$B = -4,5 - (-6,5)$$

$$C = -9 - 7,3$$

$$D = 3,7 - (-4)$$

$$E = 5,6 - (-6,6)$$

$$F = -8,3 - 1,3$$

Ex13

a) Tracer une droite graduée où le point d'abscisse 1 est à 1 cm de l'origine O.

b) Placer les points A, B et C d'abscisses respectives -1 ; 2 et -2,5.

c) Calculer les distances AB, BC et AC

Ex 14 Calculer

$$A = -10 - (-6) + 5 - 3 - (-4)$$

$$B = 4,5 - 18 + 0,5 + 5 - (-1)$$

$$C = -2,6 + 3,7 - (-5,3) - 4 + 1,2$$

$$D = 7 - (5 + 4 - 11) - (-7 + 3)$$

$$E = -5 + 8 - (9 - 14 + 12)$$

$$F = 6 - (-(-6,5 + 4,5))$$

Partie 5: Égalité de quotients

Un nombre entier a est un **multiple** du nombre entier b (différent de 0) lorsque le quotient de a par b est un nombre entier.

On peut dire alors que b est un **diviseur** de a ; ou que b **divise** a ; ou encore que a est **divisible par** b .

- a et b désignent deux nombres entiers, avec $b \neq 0$.

Le **quotient** de a par b est le nombre, qui multiplié par b , donne a .

On le note $a:b$ ou avec la fraction $\frac{a}{b}$; il s'agit d'un nombre rationnel.

dividende **diviseur**

Dans cette écriture :

$a:b = \frac{a}{b}$

← le nombre a est le **numérateur**
← le nombre b est le **dénominateur**

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times a$$

Exemples : un nombre rationnel peut être :

– un nombre entier : $\frac{12}{4} = 3$ – un nombre décimal : $\frac{7}{4} = 1,75$ – un nombre non décimal : $\frac{8}{3}$

- Un quotient ne change pas quand on **multiplie** ou quand on **divise** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** différent de 0.

Exemples : $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ $\frac{0,4}{1,5} = \frac{0,4 \times 10}{1,5 \times 10} = \frac{4}{15}$ $\frac{42}{35} = \frac{42:7}{35:7} = \frac{6}{5}$

On a simplifié le quotient $\frac{42}{35}$.

Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

- Une **proportion** (ou une **fréquence**) peut s'exprimer sous trois formes.

Exemple : Dans une classe, il y a 13 externes parmi les 25 élèves. La proportion des externes dans cette classe est $\frac{13}{25}$ (fraction) ou 0,52 (écriture décimale) ou 52 % (pourcentage).

Ex 15 Voici une liste de nombres entiers : **54** **45** **105** **501** **150**

Parmi ces nombres entiers, donner ceux qui sont:

- divisibles par 2 et par 9
- multiples de 5 et divisible par 9
- multiples 3 et de 10
- divisible par 5 mais ni par 10 ni par 9

Ex 16 Compléter

a. $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \dots}{5 \times 3} = \dots$ b. $\frac{5}{9} = \frac{5 \times \dots}{9 \times 4} = \dots$ c. $\frac{0,5}{2,6} = \frac{0,5 \times \dots}{2,6 \times \dots} = \frac{5}{26}$ d. $\frac{45}{25} = \frac{9 \times 5}{\dots \times 5} = \dots$

e. $\frac{6}{8} = \frac{6 \div \dots}{8 \div 2} = \dots$ f. $\frac{10}{25} = \frac{10 \div \dots}{25 \div 5} = \dots$ g. $\frac{9}{12} = \frac{9 \div \dots}{12 \div \dots} = \frac{\dots}{4}$ h. $\frac{42}{14} = \frac{42 \div 14}{14 \div \dots} = \dots$

Ex 17 Simplifier au maximum en utilisant les critères de divisibilité

a. $\frac{14}{36}$ b. $\frac{105}{90}$ c. $\frac{66}{87}$ d. $\frac{18}{30}$ e. $\frac{40}{25}$ f. $\frac{108}{27}$

Ex 18 Expliquer pourquoi les nombres $\frac{1,5}{2,5}$ et $\frac{0,3}{2,7}$ sont des nombres rationnels, c'est à dire trouver une fraction (numérateur et dénominateur entiers) égale à chacun de ces deux nombres et simplifier-la au maximum.

Ex 19 Samir a enregistré 240 chansons dont 84 morceaux de rap. Donner la proportion de ses morceaux de rap sous forme d'une fraction irréductible, puis d'un pourcentage.

Partie 6: Reconnaître la proportionnalité

• Un tableau est dit « **de proportionnalité** » lorsqu'on obtient chaque nombre d'une ligne en multipliant le nombre correspondant de l'autre ligne par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple : Tableau de proportionnalité

Nombre de macarons	6	10	15
Prix (en €)	8,4	14	21

$\times 1,4$

$$\frac{8,4}{6} = 1,4 ; \frac{14}{10} = 1,4 ; \frac{21}{15} = 1,4$$

Le coefficient de proportionnalité est **1,4**.

Cela signifie ici que 1 macaron coûte 1,40 €.

Tableau de non proportionnalité

Durée de location (en h)	2	5
Prix (en €)	17	38

$$\frac{17}{2} = 8,5 ; \frac{38}{5} = 7,6 \text{ et } 8,5 \neq 7,6$$

Ce n'est donc pas un tableau de proportionnalité.

Ex 20 Dire si chacun des tableaux suivants est un tableau de proportionnalité en justifiant votre réponse.

Nombre de cartons	2	5	7
Masse en kg	1,8	4,5	6,3

Masse en kg	3	5	6
Prix en €	21	35	43

Partie 7: Quatrième proportionnelle

• Dans un tableau de proportionnalité, lorsqu'on connaît trois nombres non nuls (dont deux se correspondent), on peut calculer le 4^e nombre manquant, appelé une quatrième proportionnelle.

Exemple : le prix (en euros) de cerises est proportionnel à leur masse (en kg).

Voici différentes méthodes pour calculer x .

• Coefficient de proportionnalité

4	5
11,20	x

$\times 2,8$

$$x = 5 \times 2,8 = 14$$

• Multiplication d'une quantité

4	5
11,20	x

$\times 1,25$

$$x = 11,20 \times 1,25 = 14$$

• Passage par l'unité et addition de quantités

4	1	5
11,20	2,80	x

\oplus

$$x = 11,20 + 2,80 = 14$$

Conclusion : 5 kg de cerises coûtent 14 €.

Ou encore $x = 2,80 \times 5 = 14$

Ex 21 Compléter ce tableau de proportionnalité qui indique la quantité d'eau perdue par un robinet qui fuit, en fonction de la durée.

Durée en h	5	25	
Quantité d'eau en L	6,5		39

Ex 22 Une banque change 150€ en 165 \$

- 1) Combien de dollars obtient-on en échange de : a. 100 € ? b. 375 € ? c. 525 € ?
- 2) Combien d'euros obtient-on en échange de : a. 33 \$? b. 220 \$? c. 253 \$?

Ex 23 Dans une entreprise, le salaire versé est proportionnel au nombre d'heures travaillées.

5 heures sont payées 49€

- a. Quel est le salaire d'un employé qui travaille 140 h dans le mois ?
- b. Combien d'heures de travail faut-il effectuer pour gagner 1274 € ?

Ex 24 Une voiture consomme 5,5L pour 100km

- a. Combien de litres de carburant faut-il pour parcourir 550 km ?
- b. Quelle distance parcourt-elle avec 66 L de carburant ?

Partie 8: Pourcentages

• Appliquer un pourcentage

t désigne un nombre.

Prendre t % d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple : Prendre 72 % de 125 g de céréales.

$$\frac{72}{100} \times 125 \text{ g} = 0,72 \times 125 \text{ g} = 90 \text{ g}$$

Il faut prendre 90 g de céréales.

• Calculer un pourcentage

Calculer un pourcentage, revient à écrire une proportion de dénominateur 100.

Exemple : Dans une classe de 28 élèves, 7 élèves sont gauchers.

$$\frac{7}{28} = 0,25 = \frac{25}{100} \text{ donc } 25 \% \text{ d'élèves de cette classe sont gauchers.}$$

Ex 25

Sur une barquette de gratin au fromage, on peut lire les informations ci-contre.

Calculer la masse de chacun des ingrédients cités ci-contre dans cette barquette.

pommes de terre : **55 %**
crème fraîche : **18 %**
emmental : **4,5 %**
poids net : **700 g**

Ex 26 L'an dernier, une famille avait consommé 215m³ d'eau. Cette année, sa consommation d'eau a augmenté de 1,2%.

Calculer le volume d'eau consommé cette année par cette famille.

Ex 27 Dans 15 L d'air, il y a 11,7L d'azote et 3,15 L d'oxygène. Quel pourcentage d'azote et quel pourcentage d'oxygène l'air contient-il ?

Ex 28 En 4ème A, il y a 29 élèves dont 21 demi-pensionnaires. En 4ème B, sur 30 élèves, 22 sont demi-pensionnaires. Calculer le pourcentage de demi-pensionnaires dans chaque classe. Donner une valeur approchée au dixième près.

Ex 29 Alia a payé 15€ un T-shirt affiché 20€. Quel pourcentage de remise lui a-t-on appliqué ?

Partie 9: Échelles

• L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées avec la même unité : $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$.

Exemple : sur une carte à l'échelle $\frac{1}{2\,000\,000}$, 1 cm sur le plan représente 2 000 000 cm soit 20 km dans la réalité.

Ex 30 Une carte est à l'échelle $\frac{1}{400000}$

a. Sur cette carte, on mesure 14,5 cm entre deux villes. Quelle est, en réalité, la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes ?

b. Quelle longueur, sur cette carte, sépare deux villes distantes à vol d'oiseau de 100km ?

Ex 31 La Tour Eiffel a une hauteur de 324m. Une maquette de cette tour mesure 36 cm. Quelle est l'échelle de cette maquette ?

Réponses

Ex 1 : A=9 ; B=18 ; C=3,2 ; D=26 ; E=3,5 ; F=2,1 ; G=10 ; H=55 ; I=8,5 ; J=1,5

Ex 2 : D = $3,90 + 3 \times 5 = 18,9$

Ex 3 : $(3,90 - 1,20) \div 3 = 0,9$

Ex 4 : a) P= montant à payer ; n= nombre de DVD commandés

b) Pour n = 6 : P = 51,5 et pour n = 11 : P = 89

Ex 5 : Pour x = 4 : E = 14 ; F = 14 ; G = 11

Pour x = 2,5 : E = 9,5 ; F = 11 ; G = 8

Pour x = 0 : E = 2 ; F = 6 ; G = 3

Ex 6 : Pour x = 5 : A = 75 et pour x = 8 : A = 192

Ex 7 : 1) a) 35 b) 27,5 c) 20 d) 55

2) $(n+4) \times 5$ ou $5(n+4)$

Ex 8 : a) Vraie b) Fausse c) Fausse d) Vraie

Ex 9 : A = 6,1 ; B = -11 ; C = 1,8 ; D = -1,1 ; E = -2,2 ; F = -6,7

Ex 10 : A = -5 ; B = 0 ; C = -1

Ex 11 : en partant d'en bas et vers la droite : -8,8 / 4,8 / -4 et 7 / -18 / 14 / -11 / -4 / -15

Ex 12 : A = -0,9 ; B = 2 ; C = -16,3 ; D = 7,7 ; E = 12,2 ; F = -9,6

Ex 13 : AB = 3 BC = 4,5 AC = 1,5

Ex 14 : A = 2 ; B = -7 ; C = 3,6 ; D = 13 ; E = -4 ; F = 4

Ex 15 : a) 54 b) 45 c) 150 d) 105

Ex 16 : a) $\frac{12}{15}$ b) $\frac{20}{36}$ c) $\frac{0,5 \times 10}{2,6 \times 10} = \frac{5}{26}$ d) $\frac{9}{5}$ e) $\frac{3}{4}$ f) $\frac{2}{5}$ g) $\frac{3}{4}$ h) $\frac{3}{1} = 3$

Ex 17 : a) $\frac{7}{18}$ b) $\frac{7}{6}$ c) $\frac{22}{29}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{8}{5}$ f) 4

Ex 18 : $\frac{1,5}{2,5} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ et $\frac{0,3}{2,7} = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$

Ex 19 : $\frac{84}{240} = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$

Ex 20 : a) oui b) non car $21 \div 3 = 7$ or $6 \times 7 = 42 \neq 43$

Ex 21 :

Durée en h	5	25	30
Quantité d'eau en L	6,5	32,5	39

Ex 22 : 1) a) 110 \$ b) 412,5 \$ c) 577,5 \$

2) a) 30 € b) 200 € c) 230 €

Ex 23 : a) 1372 € b) 130 h

Ex 24 : a) 30,25 L b) 1200 km

Ex 25 : 385 g de pommes de terre ; 126 g de crème fraîche ; 31,5g d'emmental

Ex 26 : 217,58 m³

Ex 27 : 78% d'azote et 21% d'oxygène

Ex 28 : en 4ème A : 72,4% en 4ème B : 73,3%

Ex 29 : 25% de remise

Ex 30 : a) 5 800 000 cm = 58km

b) 0,00025 km = 25 cm

Ex 31 : échelle : $\frac{1}{900}$